

Объёмы и поверхности тел

Обозначения: V – объём; S – площадь основания; $S_{\text{бок}}$ – площадь боковой поверхности; P – полная поверхность; h – высота; a, b, c – размеры прямоугольного параллелепипеда; A – апофема правильной пирамиды и правильной усечённой пирамиды; L – образующая конуса; p – периметр или длина окружности основания; r – радиус основания; d – диаметр основания; R – радиус шара; D – диаметр шара; индексы 1 и 2 относятся к радиусам, диаметрам, периметрам и площадям верхнего и нижнего оснований усечённой призмы и пирамиды.

Призма (прямая и наклонная) и параллелепипед:

$$V = Sh .$$

Прямая призма:

$$S_{\text{бок}} = ph .$$

Прямоугольный параллелепипед:

$$V = abc ; \quad P = 2 (ab + bc + ab) .$$

Куб:

$$V = a^3 ; \quad P = 6 a^2 .$$

Пирамида (правильная и неправильная) :

$$V = \frac{1}{3} Sh .$$

Правильная пирамида:

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} pA .$$

Усечённая пирамида (правильная и неправильная) :

$$V = \frac{1}{3} (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2) h$$

Круговой цилиндр (прямой и наклонный):

$$V = Sh = \pi r^2 h = \frac{1}{4} \pi d^2 h.$$

Круглый цилиндр:

$$S_{\text{бок}} = 2\pi r h = \pi d h.$$

Круговой конус (круглый и наклонный):

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{12} \pi d^2 h.$$

Круглый конус:

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} pL = \pi rL = \frac{1}{2} \pi dL.$$

Усечённый круговой конус (круглый и наклонный):

$$V = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2) = \frac{1}{12} \pi h (d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2).$$

Усечённый круглый конус:

$$S_{\text{бок}} = \pi (r_1 + r_2) L = \frac{1}{2} \pi (d_1 + d_2) L.$$

Шар:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 ; \quad P = 4\pi R^2 = \pi D^2 .$$

Шаровой сегмент:

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \frac{\pi h}{6} (h^2 + 3r^2) ;$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R h = \pi (r^2 + h^2) ; \quad P = \pi (2r^2 + h^2) .$$

Шаровой сектор:

$$V = \frac{2}{3} \pi R h ,$$

здесь h – высота сегмента, содержащегося в секторе.