Производная

Определение производной

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

Физический смысл производной – скорость изменения функции f в точке x_0.

Геометрический смысл производной – существование производной функции f в точке x_0 равносильно существованию касательной в точке x_0, при этом угловой коэффициент равен $f'(x_0)$.

Формулы

$(x^n)' = n\cdot x^{n-1}$

$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(k\cdot x+b)' = k$

$(c)' = 0$

$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};\ x\in(-1;1)$

$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};\ x\in(-1;1)$

$(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2};\ x\in R$

$(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2};\ x\in R$

$(e^x)' = e^x$

$(a^x)' = a^x\cdot\ln a$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x\cdot\ln a}$

Производная сложной функции. Если функция сложная, то с начала берется производная внешней функции, а потом умножается на производную внутренней функции.

Правила производной:

$(U+E)' = U'+E'$

$\left(\frac{U}{E}\right)' = \frac{U'\cdot E-U\cdot E'}{E^2}$

$(U\cdot E)' = U'\cdot E+U\cdot E'$

$(C\cdot U)' = C\cdot U'$

Уравнение касательной

Уравнение касательной – $y=k\cdot x+b$

$f'(x_0)=k=tg\alpha$

$y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, где x_0 – абсцисса точки касания, $f(x_0)$ – ордината точки касания, $f'(x_0)$ – производная функции f в точке x_0

Формула Лагранжа $\quad f(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$