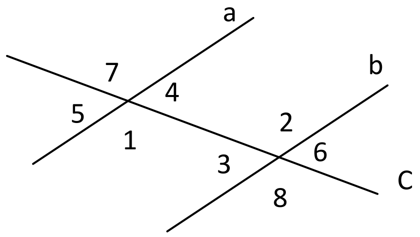
# ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ

Прямые *a* и *b* пересечены секущей *c*



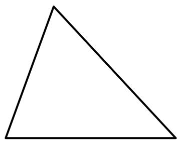
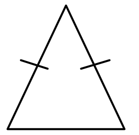
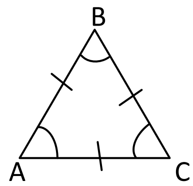
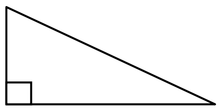
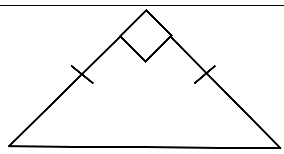
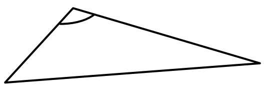
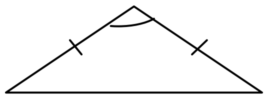

$\angle 1$ и $\angle 2$; $\angle 3$ и $\angle 4$ – накрест лежащие углы

$\angle 1$ и $\angle 8$; $\angle 3$ и $\angle 5$ - соответственные углы

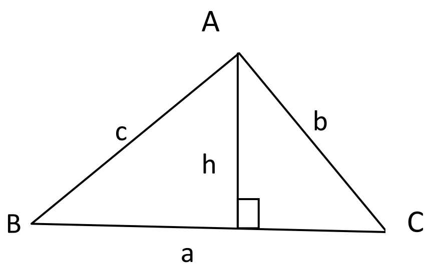
$\angle 2$ и $\angle 7$; $\angle 4$ и $\angle 6$ - соответственные углы

$\angle 1$ и $\angle 3$; $\angle 2$ и $\angle 4$ -  односторонние углы

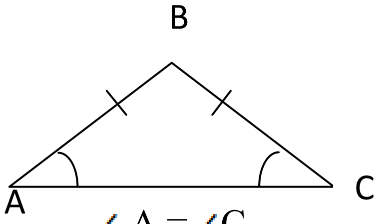
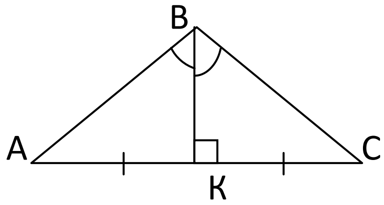
## ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

| Треугольник | Разносторонний | Равнобедренный | Равносторонний |
|---|---|---|---|
| Остроугольный (все углы острые) |  *все стороны разной длины* |  *две стороны равны* |   *все стороны равны* |
| Прямоугольный (один из углов – прямой) |  |  | $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$<br>$P = 3a$, где<br>$a$ - сторона,<br>$P$- периметр |
| Тупоугольный (один из углов – тупой) |  |  | |

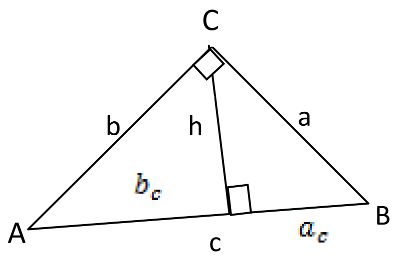
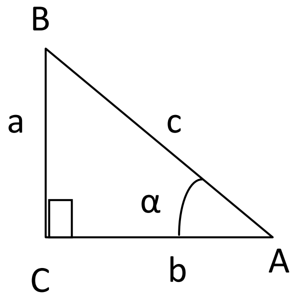
## ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

| | |
|---|---|
|   Площадь треугольника равна половине произведения его стороны  на высоту к этой стороне: $S = \frac{1}{2}ah$ | Другие формулы:<br>$S = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}cb\sin A$<br><br>$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ,<br>где $p = \frac{a+b+c}{2}$ - полупериметр<br><br>$S = pr$ ,<br>где  $r$- радиус вписанной в треугольник окружности<br>$S = \frac{abc}{4R}$ ,<br>где  $R$ – радиус описанной окружности |

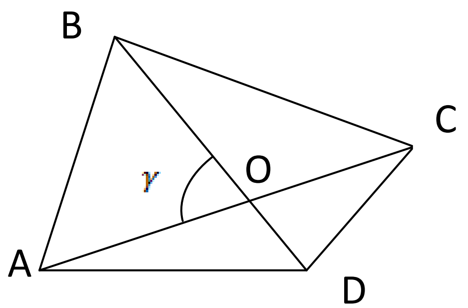
## СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕНННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

| | |
|---|---|
| В равнобедренном треугольнике углы при основании равны<br><br><br>$\angle A = \angle C$,<br>AC – основание<br>AB и BC – боковые стороны | Биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой<br><br><br>BK – биссектриса<br>BK – медиана<br>BK - высота |

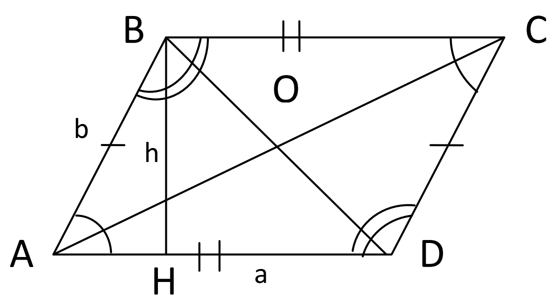
## ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

| Основные соотношения в прямоугольном треугольнике | | |
|---|---|---|
| <br> | **Теорема Пифагора**<br>$c^2 = a^2 + b^2$<br>Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. | Пропорциональные отрезки<br>$h^2 = a_c b_c$<br>$a^2 = a_c c$<br>$b^2 = b_c c$<br>$h = \frac{ab}{c}$ |
| <br><br>$\angle C = 90^0$ $\angle A = \alpha$<br>c = AB – гипотенуза<br>a = BC – катет, противолежащий к α<br>b = AC – катет, прилежащий к углу α | СИНУС<br>Отношение противолежащего катета к гипотенузе | $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ |
| | КОСИНУС<br>Отношение прилежащего катета к гипотенузе | $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ |
| | ТАНГЕНС<br>Отношение противолежащего катета к прилежащему | $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$ |
| | КОТАНГЕНС<br>Отношение прилежащего катета к противолежащему | $\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a}$ |

# ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

| | |
|---|---|
| ABCD - четырехугольник<br>$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$<br><br> | $S = \frac{AC \cdot BD \cdot \sin\gamma}{2}$<br>AC, BD – диагонали<br><br>Если соединить середины сторон четырёхугольника, то получим параллелограмм. |

## СВОЙСТВА И ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

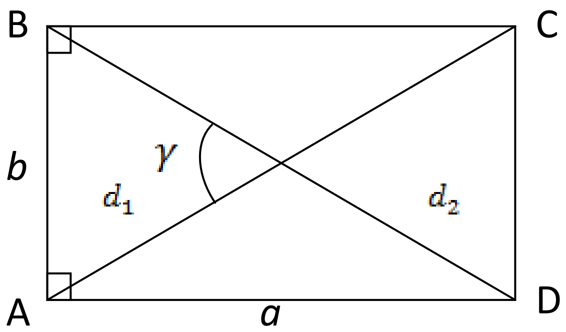
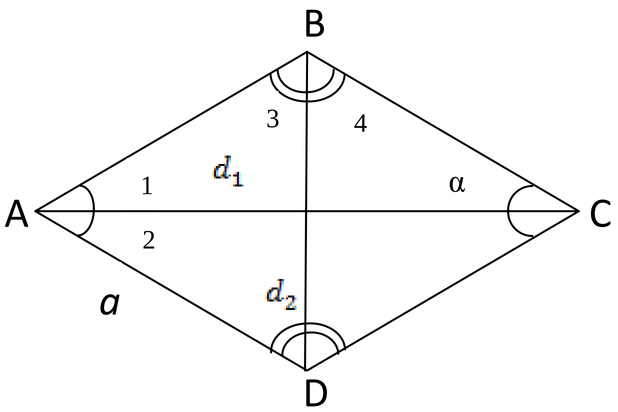
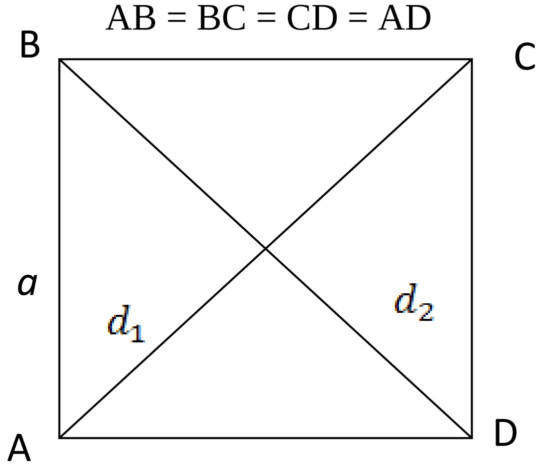



| Свойства параллелограмма |
|---|
| 1) AB=CD; BC=AD<br>$\angle$A= $\angle$C; $\angle$B=$\angle$D<br>В параллелограмме противоположные стороны и противоположные углы равны<br>2) AC ∩ BD = O, AO = OC, BO = OD<br>Диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам.<br>3) $\angle$A + $\angle$B = $180^0$<br>В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна $180^0$<br>4) $d_1^2 + d_2^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$<br>где $d_1 = AC$; $d_2 = BD$ – диагонали;<br>$a = AD$; $b = AB$; $c = BC$;<br>$d = CD$ – стороны<br>5) $P = 2(a + b)$ – периметр параллелограмма,<br>где $a$ = AD; $b$ = AB |

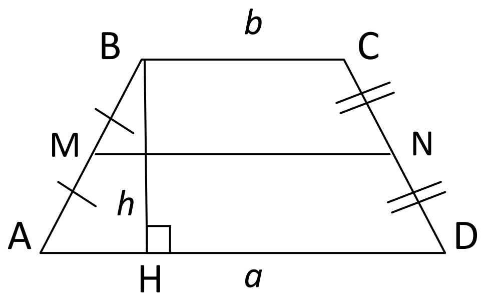
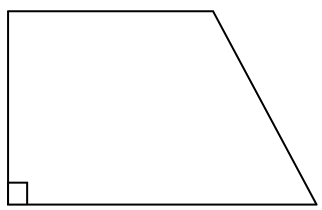
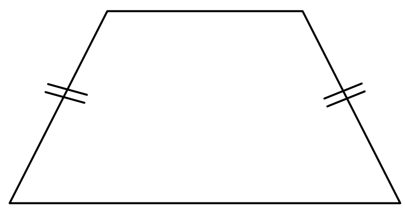
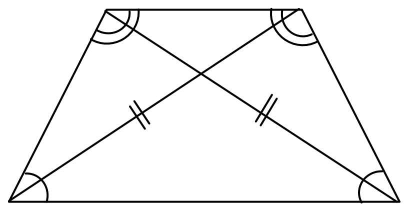
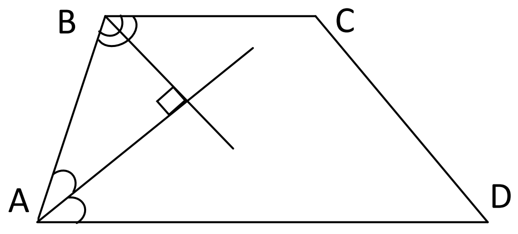
## ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

| | | | |
|---|---|---|---|
| $S = ah$,<br>где $a$ = AD – основание<br>$h$ = BH – высота | $S = ab \cdot \sin\alpha$,<br>где $a$ = AD, $b$ = AB,<br>$\angle a = \angle BAD$ | $S = \frac{AC \cdot BD \cdot \sin\angle AOB}{2}$ | $S = 4 \cdot S_{\Delta AOB}$ |

# ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

| Вид | Свойства | Формулы |
|---|---|---|
| ABCD – прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые<br>$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$<br> | $d_1 = d_2$<br>Диагонали прямоугольника равны. | $S = ab$<br>$S = \frac{d_1^2 \sin \gamma}{2}$ – площадь<br>$P = 2(a + b)$ - периметр<br>$d_1^2 = a^2 + b^2$<br>где $d_1$, $d_2$ – диагонали, $a$, $b$ – стороны прямоугольника |
| ABCD – ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны<br>AB = BC = CD = AD<br> | $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$,<br>$d_1 \perp d_2$<br>Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам | $S = a^2 \sin \alpha$<br>$S = \frac{d_1 d_2}{2}$ - площадь<br>$P = 4a$ – периметр<br>$d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$<br>где $d_1$, $d_2$ - диагонали, $a$ – сторона ромба, $\alpha$ – угол ромба |
| ABCD – квадрат - это прямоугольник, у которого все стороны равны<br>AB = BC = CD = AD<br> | $d_1 = d_2$<br>$d_1 \perp d_2$<br>Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.<br>$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$ | $S = a^2$ – площадь<br>$S = \frac{d_1^2}{2}$<br>$S = \frac{1}{2} Pr$,<br>где r – радиус вписанной окружности<br>$P = 4a$ - периметр<br>$d_1 = a\sqrt{2}$<br>где $d_1$, $d_2$ - диагонали, $a$ – сторона квадрата |

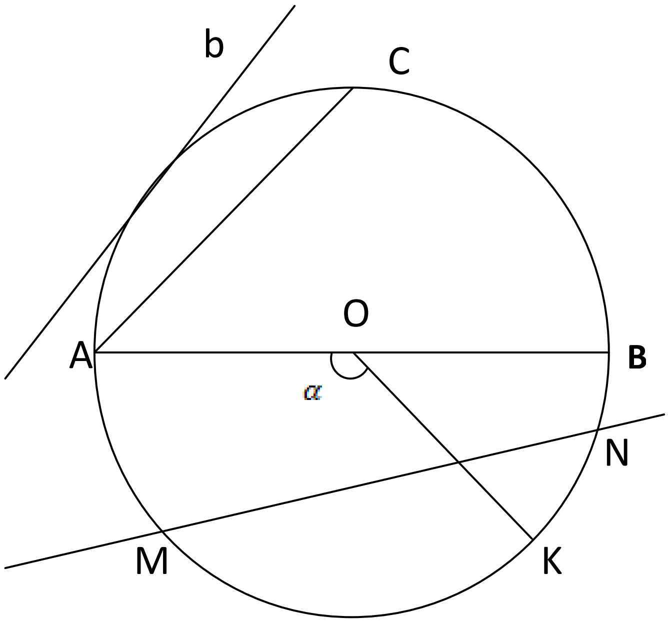
# ТРАПЕЦИЯ

| | |
|---|---|
|  | ABCD - трапеция<br>AD = *a*, BC = *b* – основания<br>AB, CD – боковые стороны<br>BH = *h* - высота<br>AD‖BC;<br>$S=\frac{(a+b)h}{2}$<br>MN – средняя линия трапеции,<br>где M – середина AB<br>N – середина CD<br>MN ‖ BC; MN ‖ AD; $MN=\frac{BC+AD}{2}$<br>Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме. |
|  | Трапеция **прямоугольная**,<br>если один из углов прямой |
|  | Трапеция **равнобедренная**,<br>если ее боковые стороны равны |
|  | В равнобедренной трапеции:<br>1) диагонали равны;<br>2) углы при основании равны;<br>3) середины сторон являются вершинами ромба. |
|  | Биссектрисы углов, прилежащих к боковой стороне, перпендикулярны |

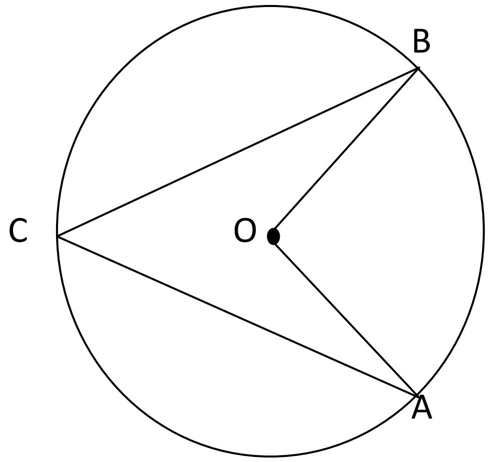
# ОКРУЖНОСТЬ

Окр. (O; r)
т. O – центр окружности
OK = OB = OA = $r$ – радиус
AB = $d$ – диаметр
$b$ – касательная
AC – хорда
MN - секущая
$\overset{\smile}{AK}$ - дуга окружности

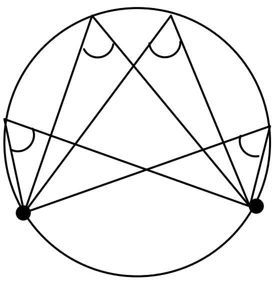
$d = 2r$
$C = 2\pi r$ - длина окружности
$C = \pi d$
$L = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ}$ - длина дуги



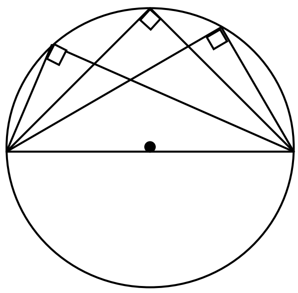

$\overset{\smile}{AB}$ - дуга окружности
∠AOB - **центральный угол**
$\angle AOB = \overset{\smile}{AB}$
Градусная мера центрального угла равна градусной мере дуги, на которую он опирается.
∠ACB – **вписанный угол**
$\angle ACB = \frac{\overset{\smile}{AB}}{2}$
Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую опирается.
$\angle ACB = \frac{\angle AOB}{2}$, если $\overset{\smile}{AB}$ меньше полуокружности



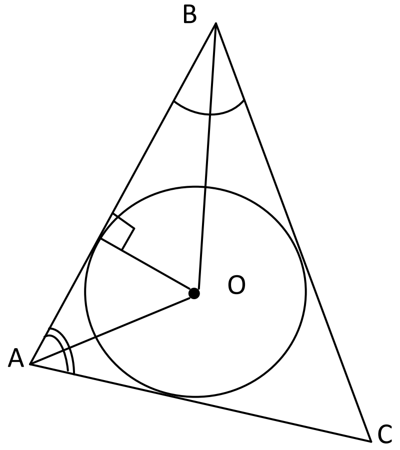
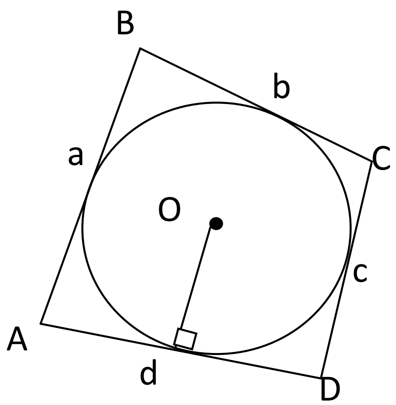

Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.



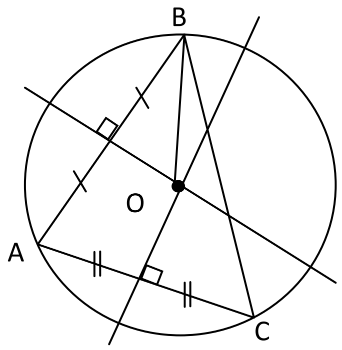
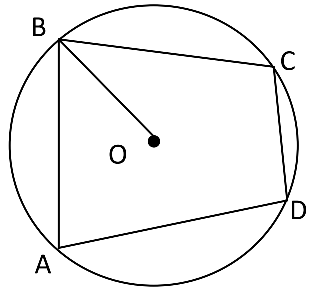
Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – прямой.



# ВПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

| | |
|---|---|
|  | В любой треугольник можно вписать окружность.<br>Её центр – точка пересечения биссектрис треугольника.<br><br>$r = \frac{2S}{a+b+c}$ - радиус вписанной окружности<br>$a, b, c$ – стороны треугольника<br>$S$ – площадь треугольника |
|  | В выпуклый четырехугольник можно вписать окружность, только если:<br>$a + c = b + d,$<br>где $a$, $b$,$c$, $d$- стороны четырехугольника |

# ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

| | |
|---|---|
|  | Около любого треугольника можно описать окружность.<br>Её центр – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.<br>$R = \frac{abc}{4S}$ - радиус описанной окружности<br>$a, b, c$ – стороны треугольника<br>$S$ – площадь треугольника |
|  | Около выпуклого четырехугольника можно описать окружность, только если:<br>$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$ |