

Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

Формулы сложения

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \cdot \sin^2 x = 2 \cdot \cos^2 x - 1$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

Формулы тройного аргумента

$$\sin 3x = 3 \cdot \sin x - 4 \cdot \sin^3 x$$

$$\cos 3x = 4 \cdot \cos^3 x - 3 \cdot \cos x$$

Формулы преобразования суммы в произведение

$$\sin x + \sin y = 2 \cdot \sin \frac{x + y}{2} \cdot \cos \frac{x - y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cdot \sin \frac{x - y}{2} \cdot \cos \frac{x + y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cdot \cos \frac{x + y}{2} \cdot \cos \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \cdot \sin \frac{x + y}{2} \cdot \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x + y)}{\cos x \cdot \cos y}$$

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x - y)}{\cos x \cdot \cos y}$$

Формулы половинного аргумента

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

Формулы преобразования произведения в сумму

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} \cdot (\cos(x - y) - \cos(x + y))$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} \cdot (\cos(x - y) + \cos(x + y))$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} \cdot (\sin(x - y) + \sin(x + y))$$

Соотношения между $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$

$$\sin x = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \quad \cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \quad \operatorname{tg} x = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$$

Прочие формулы и соотношения

$$1 - \cos x = 2 \cdot \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$1 + \cos x = 2 \cdot \cos^2 \frac{x}{2}$$

$$1 - \sin x = 2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$$

$$1 + \sin x = 2 \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

$$\sin x - \cos x = -\sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = -\sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$$

$$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$$